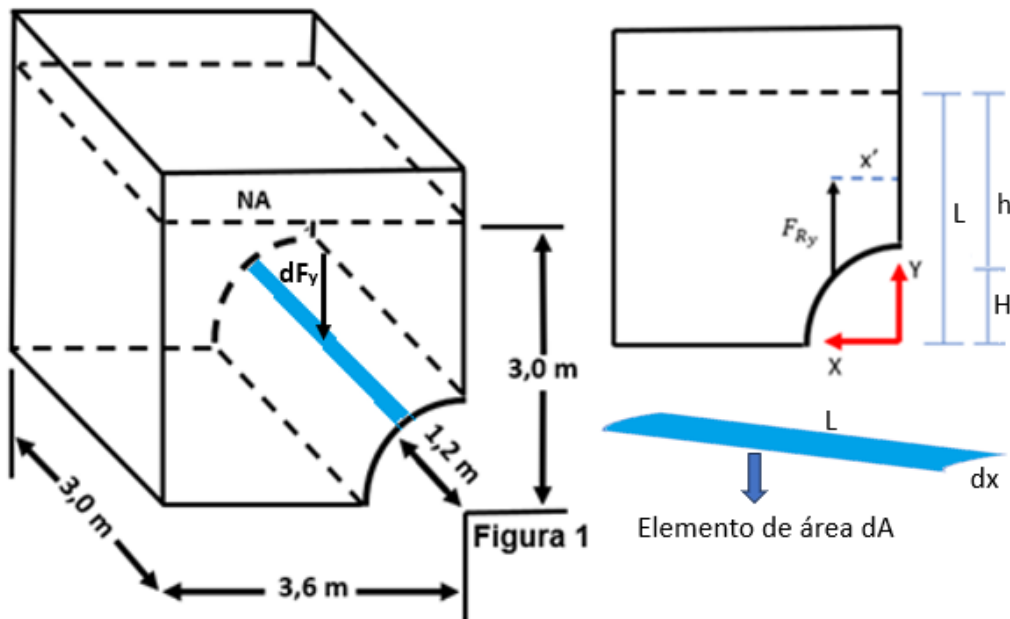


Resolução – Questão 1 – 25 pts – Fenômenos de Transporte (Força Hidrostática)



- Considerações:
 - 1) Fluido Estático;
 - 2) Fluido Incompressível;
 - 3) Pressão atmosférica atua em ambos os lados da parede.

- Equações básicas: $\frac{dp}{dh} = \rho g = \gamma$; $SG = \frac{\rho_s T^\circ C}{\rho_{H_2O, 4^\circ C}}$; $F_{Ry} = F_V = - \int p dA_y$

- Profundidade em relação ao ponto de localização de F_{Ry} : $h = L - (R^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}$

- Área infinitesimal: $dA = b dx$ (b é a largura do tanque).

- Pressão manométrica: $p = \rho gh = \gamma h$

• Considerando as equações de p, h e dA temos que a equação F_{Ry} pode ser escrita observando a variação da força ao longo da superfície curva, ou seja, variando em relação ao raio de curvatura (0 a R).

$$F_V = - \int_{A_y} p dA_y = - \int_{A_y} \rho gh dA_y = - \int_0^R \gamma \left[L - (R^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} \right] b dx$$

$$F_V = -\gamma b \int_0^R \left[L - (R^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} \right] dx = \gamma b \left[\int_0^R L dx - \int_0^R \left((R^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} \right) dx \right]$$

Integral 1

Integral 2

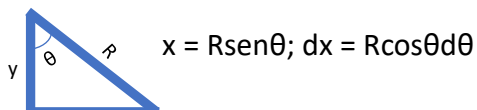
- Resolução das integrais 1 e 2

Integral 1:

$$\int_0^R L dx = Lx \Big|_0^R = LR$$

Integral 2:

Resolução da integral 2 usando coordenadas polares



$$x = R \sin \theta; dx = R \cos \theta d\theta$$

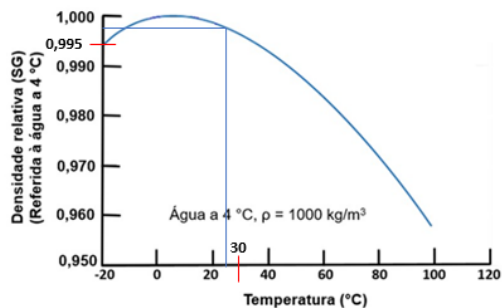
$$\int_0^R (R^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [R^2 - (R \sin \theta)^2]^{\frac{1}{2}} R \cos \theta d\theta = R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} [1 - (\sin \theta)^2]^{\frac{1}{2}} \cos \theta d\theta$$

Usando as identidades trigonométricas da Tabela 1: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$; $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$; $\cos^2 \theta = (1 + \cos 2\theta)/2$ temos:

$$R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2 \theta)^{\frac{1}{2}} \cos \theta d\theta = R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d\theta = R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \cos 2\theta)}{2} d\theta = \frac{1}{2} R^2 \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2\theta d\theta \right]$$

$$\frac{1}{2} R^2 \left[\theta \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{\sin 2\theta}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right] = \frac{1}{2} R^2 \theta \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4} R^2 \quad F_V = -\gamma b \left[LR - \frac{\pi}{4} R^2 \right] = \gamma b R \left[L - \frac{\pi}{4} R \right]$$

- Pelo gráfico da Figura 2 foi considerado o valor de SG igual a 0,998. Sendo assim temos que: $\rho_{H_2O, 25^\circ C} = \rho_{H_2O, 4^\circ C} SG = 1000 * 0,998 = 998 \text{ kg/m}^3$



- Utilizando a equação $F_V = \gamma b R \left[L - \frac{\pi}{4} R \right]$ temos:
 $F_V = -998 * 9,81 * 3 * 1,2 * \left[3 - \frac{\pi}{4} * 1,2 \right] \approx -7,25 \times 10^4 \text{ N (FR}_y\text{)}.$

	Critério	Pontuação
Questão 1	Representação do eixo de referência (x, y) e localização da componente vertical da força (FR _y).	1,0
	Definição das considerações de análise para resolução do problema. A consideração 3 é utilizada para calcular a força de pressão manométrica, ou seja, desconsiderar a pressão atmosférica facilitando a resolução matemática.	1,0
	Escrever as equações básicas. Obs.: Não esquecer de colocar o sinal negativo na equação para o cálculo de FR _y . O sinal indica que FR _y é representada no sentido contrário de ação da força de pressão no tanque.	1,5
	Mostrar a profundidade (h) em relação ao ponto de localização de FR _y e a altura da coluna de água no tanque (L) e escrever a equação de h em função de R, L e x.	2,0
	Escrever as equações da área infinitesimal dA _y e da pressão manométrica e substituir na equação de FR _y considerando os limites de integração e isolando os termos constantes.	1,5
	Resolver as duas integrais de FR _y de forma direta (integral 1) e utilizando as identidades trigonométricas da Tabela 1 (integral 2).	15,0
	Utilizar a Figura 2 para tirar o valor da densidade relativa (SG) da água na temperatura de 25°C para determinar a massa específica da água (ρ) por meio da equação SG. Obs.: Considerar valor de SG entre 0,997 a 1,000.	1,5
	Utilizar os valores mostrados na Figura 1, a gravidade dada no enunciado e valor calculado por meio da equação de SG utilizando o gráfico da Figura 2 pra obter o valor da componente vertical da força (FR _y).	1,5

Resolução – Questão 2 – 25 pts – Hidrologia (Vazão Máxima)

Ajuste de distribuição estatística

Princípio	Quando Utilizar	Diferença
A vazão é uma variável aleatória contínua, para a qual podemos elaborar um histograma de frequência simples ou acumulado para uma dada amostra, assim pode-se conhecer a frequência com que esta variável assumiu valores dentro de dado intervalo, durante as observações realizadas para a formação da amostra. O interesse deste estudo estatístico é a projeção do que ocorrerá no futuro em termos de realizações desta variável no passado. A série dos valores amostrais de vazão máxima anual deve ser independente, o processo natural de ocorrência das vazões é estacionário e a amostra é representativa da população.	A vazão máxima pode ser estimada, para um risco escolhido, com base no ajuste de uma distribuição estatística (por exemplo: Gumbel, Log-Pearson III) quando existem dados históricos para o local de interesse e as condições da bacia não se modificaram.	Difere dos outros métodos pois: 1) demanda a existência de uma série de dados de vazão no local de interesse .

Regionalização de Vazões

Princípio	Quando Utilizar	Diferença
A regionalização consiste num conjunto de ferramentas que exploram ao máximo as informações existentes na região de interesse, visando à estimativa das variáveis hidrológicas em locais sem dados ou com dados insuficientes para um ajuste de uma distribuição de estatística. Assim a regionalização de vazões permite a estimativa da vazão máxima em locais sem dados, com base na vazão obtida em postos existentes em outro ponto da região de interesse. Normalmente estes pontos localizam-se a montante ou a jusante do ponto de interesse para a vazão. A regionalização de vazões pode ser elaborada como uso de: funções estatísticas de variáveis hidrológicas, funções específicas que relacionam variáveis e parâmetros de modelos hidrológicos.	Quando não existe uma série histórica de dados no ponto de interesse, ou ela é insuficiente, pode-se utilizar a regionalização de vazões.	Difere dos outros métodos pois: 1) demanda a existência de dados de vazões na área de interesse (normalmente a montante ou jusante do ponto de interesse).

Precipitação

Princípio	Quando Utilizar	Diferença
A vazão máxima pode ser estimada com base na precipitação , por métodos que	Este método é útil quando a área de interesse sofreu modificações e/ou quando da	Difere dos outros métodos pois não demanda dados de

representam os principais processos da transformação da precipitação em vazão e pelo método racional, que engloba todos os processos em apenas um coeficiente.	ausência de dados de vazão na área de interesse.	vazão área de interesse.
--	--	---------------------------------

	Critério	Pontuação
Questão 2	Reconhecer a vazão como uma variável aleatória contínua sendo possível o uso de histogramas simples ou acumulados para determinar a frequência com que esta variável assumiu valores dentro de dado intervalo, durante as observações realizadas para a formação da amostra e assim permitir o ajuste de distribuição estatística para projetar o futuro com base na realização do passado.	5,0
	Explicitar que a regionalização consiste num conjunto de ferramentas que exploram ao máximo as informações existentes na região de interesse, visando à estimativa das variáveis hidrológicas (vazão).	5,0
	Explicar que a vazão máxima pode ser estimada com base na precipitação através do uso de métodos que representam os principais processos da transformação da precipitação em vazão	5,0
	O ajuste de uma distribuição estatística deve ser utilizado quando no ponto de interesse existem dados históricos em quantidade suficiente e as condições da bacia não se modificaram. A regionalização de vazões deve ser utilizada quando não existem dados de vazão em quantidade suficiente no local de interesse, mas estes dados existem para outros pontos da bacia de interesse e podem ser utilizados para estimar a vazão no ponto de interesse. A precipitação : este método é útil quando a área de interesse sofreu modificações e locais onde não se tem disponíveis dados de vazão ou eles são insuficientes para se utilizar os métodos anteriores e/ou quando da ausência de dados de vazão na área de interesse.	6,0
	A diferença principal entre os métodos é: Ajuste de distribuição estatística demanda a existência de série histórica no local de interesse. Regionalização de vazões demanda a existência de série histórica na área de interesse. Precipitação não demanda a existência de dados de vazão na área de interesse.	4,0

Resolução – Questão 3 – 25 pts – Saneamento (Tratamento de água)

Na determinação das vazões e capacidades das unidades das instalações de abastecimento, os diversos consumos (doméstico, industrial, comercial, público e as perdas) são expressos por meio do consumo per capita (qpc), dado em L/hab. dia, resultado entre a divisão do total de demanda a ser atendida pelo sistema e a população a ser abastecida.

A Figura 1 mostrada na prova apresenta as vazões nas diversas unidades de um sistema de abastecimento de água (Q_{AAB} , Q_{AAT} e Q_{DIST}).

A estimativa da capacidade das unidades do sistema deve levar em conta a variação temporal das vazões. As unidades são projetadas para funcionar com a demanda média (\bar{Q}), mas também devem ser capazes de suprir as demandas que ocorrem ao longo do ano e ao longo dos dias. Assim no dimensionamento das diversas unidades devem ser considerados coeficientes de reforço (k_1 e k_2).

Para o dimensionamento do sistema de abastecimento de água tem-se que obter a vazão média (\bar{Q}) dada por eq. 1:

$$\bar{Q} \left(\frac{L}{s} \right) = \frac{P(hab) \times qpc \left(\frac{L}{hab \times dia} \right)}{86.400 \left(\frac{s}{dia} \right)} \quad (\text{eq. 1})$$

Onde:

P – População (hab.)
 qpc – consumo per capita (L/hab.*dia)

O cálculo das vazões Q_{AAB} , Q_{AAT} e Q_{DIST} (indicadas na Figura 1) são como apresentados nas equações (2, 3 e 4).

$$Q_{AAB} = \frac{\bar{Q} \times K_1 \times 24}{t} \times \left(1 + \frac{q_{ETA}}{100}\right) + Q_s \quad (\text{eq. 2})$$

$$Q_{AAT} = \frac{\bar{Q} \times K_1 \times 24}{t} + Q_s \quad (\text{eq. 3})$$

$$Q_{DIST} = \bar{Q} \times K_1 \times K_2 + Q_s \quad (\text{eq. 4})$$

As 3 vazões consideram o coeficiente do dia de maior consumo (K_1) e a vazão média diária \bar{Q} .

q_{ETA} – consumo de água na ETA (%).

O período de funcionamento da produção de água (t) é utilizado para cálculo de Q_{AAB} e Q_{AAT} . Por exemplo o sistema pode ser dimensionado para trabalhar 16 ou 24 hs.

Q_{AAB} – Considera o consumo de água pela ETA. Esta água será utilizada na limpeza das estruturas da ETA (por. ex. limpeza dos filtros).

O coeficiente da hora de maior consumo (k_2) é utilizado somente no cálculo de Q_{DIST} .

A vazão Q_s é a vazão singular de grande consumidor (L/s).

	Critério	Pontuação
Questão 3	Escrever as equações para resolução do problema.	7,5
	Colocar o significado e as unidades dos parâmetros indicados no equacionamento do problema.	5,0
	Relacionar o coeficiente do dia de maior consumo (k_1), a vazão média (\bar{Q}) e a vazão singular de grande consumidor (Q_s) ao cálculo das 3 vazões (Q_{AAB} , Q_{AAT} e Q_{DIST}).	3,5
	Relacionar o consumo de água na ETA (q_{ETA}) ao cálculo de Q_{AAB} .	3,0
	Relacionar o período de funcionamento da produção de água (t) no cálculo de Q_{AAB} e Q_{AAT} .	3,0
	Relacionar o coeficiente da hora de maior consumo (k_2) a vazão de distribuição (Q_{DIST}).	3,0

Resolução – Questão 4 – 25 pts – Saneamento (Esgotamento Sanitário)

$$\bar{Q}_i = \frac{CP_i q}{86400}; \bar{Q}_f = \frac{CP_f q}{86400}; L_v = L_s + \frac{L_d}{2}$$

$$\text{Taxa de Contribuição Inicial: } T_{xis} = \frac{K_2 \bar{Q}_i}{L_v} + T_{inf}; T_{xid} = \frac{K_2 \bar{Q}_i}{2L_v}$$

$$\text{Taxa de Contribuição Final: } T_{xfs} = \frac{K_1 K_2 \bar{Q}_f}{L_v} + T_{inf}; T_{xfd} = \frac{K_1 K_2 \bar{Q}_f}{2L_v} + T_{inf}$$

- Vazão média inicial

$$\bar{Q}_i = \frac{CP_i q}{86400} = \frac{0,8 * 3400 * 200}{86400} = 6,296 \text{ L/s}$$

- Comprimento virtual da rede inicial

$$L_{vi} = L_s + \frac{L_d}{2} = 791 + \frac{692}{2} = 1137 \text{ m} = 1,137 \text{ Km}$$

- Taxa de contribuição linear inicial

$$\text{Rede simples: } T_{xis} = \frac{K_2 \bar{Q}_i}{L_{Vi}} + T_{inf} = \frac{1,5 * 6,296}{1,137} + 0,1 = 8,406 \frac{L}{s} Km = 0,00841 \frac{L}{s} m$$

$$\text{Rede dupla: } T_{xid} = \frac{K_2 \bar{Q}_i}{2L_{Vi}} + T_{inf} = \frac{1,5 * 6,296}{2 * 1,137} + 0,1 = 4,253 \frac{L}{s} Km = 0,00425 \frac{L}{s} m$$

- Vazão média final

$$\bar{Q}_f = \frac{CP_f q}{86400} = \frac{0,8 * 13000 * 200}{86400} = 24,074 L/s$$

- Comprimento virtual da rede final

$$L_{Vf} = L_{Vi} = 1137 m = 1,137 Km$$

- Taxa de contribuição linear final

$$\text{Rede simples: } T_{xfs} = \frac{K_1 K_2 \bar{Q}_f}{L_{Vf}} + T_{inf} = \frac{1,2 * 1,5 * 24,074}{1,137} + 0,1 = 38,212 \frac{L}{s} Km = 0,03821 \frac{L}{s} m$$

$$\text{Rede dupla: } T_{xfd} = \frac{K_1 K_2 \bar{Q}_f}{2L_{Vf}} + T_{inf} = \frac{1,2 * 1,5 * 24,074}{2 * 1,137} + 0,1 = 19,156 \frac{L}{s} Km = 0,01915 \frac{L}{s} m$$

	Critério	Pontuação
Questão 4	Escrever as equações para resolução do problema.	1,0
	Calcular a vazão média inicial (\bar{Q}_i) utilizando a população estimada para o ano de 2023 (3400 hab) mostrada na Figura 2 e os dados do coeficiente de retorno (C) e o consumo de água efetivo per capita (q) apresentados na Tabela 1.	3,0
	Calcular o comprimento virtual da rede inicial (L_{Vi}) utilizando os comprimentos simples (L_s) e duplo (L_d) da rede apresentados na Tabela 1.	3,0
	Determinar a taxa de contribuição linear inicial (T_{xi}) para as redes simples e dupla utilizando-se os valores encontrados para a vazão média inicial (\bar{Q}_i) e comprimento virtual da rede inicial (L_{Vi}) e os dados do coeficiente de vazão máxima horária (K_2) e a taxa de contribuição de infiltração (T_{inf}) apresentados na Tabela 1.	6,0
	Calcular a vazão média final (\bar{Q}_f) utilizando a população estimada para o ano de 2053 (13000 hab) mostrada na Figura 2 e os dados do coeficiente de retorno (C) e o consumo de água efetivo per capita (q) apresentados na Tabela 1.	3,0
	Calcular o comprimento virtual da rede final (L_{Vf}) utilizando os comprimentos simples (L_s) e duplo (L_d) da rede apresentados na Tabela 1. Obs.: O comprimento virtual da rede inicial e final é o mesmo.	3,0
	Determinar a taxa de contribuição linear final (T_{xf}) para as redes simples e dupla utilizando-se os valores encontrados para a vazão média final (\bar{Q}_f) e comprimento virtual da rede final (L_{Vf}) e os dados dos coeficientes de vazão máxima diária e horária (K_1 e K_2) e a taxa de contribuição de infiltração (T_{inf}) apresentados na Tabela 1.	6,0