



CONCURSO

PROFESSOR EFETIVO

CEFET-MG

2024



DOCENTE EBTT CAMPUS ARAXÁ

EDITAL ESPECÍFICO Nº 01/2024

ETAPA DA PROVA ESCRITA

MATEMÁTICA

ABRA SOMENTE QUANDO AUTORIZADO

INSTRUÇÕES

1. Confira se as informações sobre a Área do Concurso, o número do Edital e o Campus, que estão descritas na capa deste Caderno de Prova, estão de acordo com os dados do seu comprovante definitivo de inscrição.
2. Inicie a prova lendo as instruções que estão no Caderno de Prova.
3. A ordem de resolução das questões é uma escolha do próprio candidato, porém elas devem ser respondidas na folha definitiva de respostas, obrigatoriamente, na ordem em que constam no Caderno de Prova.
4. **Atenção:** As folhas de rascunho não serão corrigidas pela Banca Examinadora. As folhas definitivas de respostas são os únicos instrumentos que serão avaliados e sob nenhuma hipótese serão substituídas.
5. É proibido assinar e fazer qualquer tipo de marcação no Caderno de Prova, nas folhas definitivas de respostas e nas folhas de rascunho, sob pena de eliminação deste Concurso Público.
6. Responda às questões nas folhas definitivas de respostas fornecidas pelo aplicador.
7. Nenhuma folha deverá ser destacada do Caderno de Prova, das folhas definitivas de respostas ou do rascunho.
8. Não serão fornecidas folhas extras para rascunho ou para responder às questões de prova.
9. O Caderno de Prova, as folhas definitivas de respostas e as folhas de rascunho deverão ser devolvidos juntos para o Aplicador.
10. O tempo regulamentar de prova é de 4:30 (quatro horas e trinta minutos) e será exigido um tempo mínimo de permanência em sala de 1 (uma) hora, para garantir o sigilo da prova.
11. Esta prova contém 06 (seis) questões dissertativas e será avaliada em 100,00 (cem pontos).
12. Durante a realização da Prova Escrita, o candidato poderá portar somente: caneta esferográfica de tinta preta ou azul, de corpo transparente.
13. Todas as questões devem ser devidamente justificadas, com exceção da questão (06).
14. É proibido o uso de celulares e calculadoras.
15. A resolução das questões deverá ser clara, organizada e objetiva.
16. Na resolução de cada questão:
 - a) use apenas os resultados presentes nas REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS RECOMENDADAS PARA A 1ª FASE (PROVA ESCRITA);
 - b) indique o resultado utilizado para a resolução da questão;
 - c) caso o resultado utilizado seja uma versão daquele pedido na questão, o resultado deverá ser provado.
17. Quaisquer outros resultados usados na resolução das questões devem ser devidamente indicados.

QUESTÃO 01 (10 pontos)

DEMONSTRE as seguintes afirmações:

a) Se $n \in \mathbb{N}$, então

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n.$$

b) Se $n \in \mathbb{N}$ é ímpar, então

$$\binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \cdots + \binom{n}{n-2} + \binom{n}{n} = 2^{n-1}.$$

QUESTÃO 02 (20 pontos)

DEMONSTRE as seguintes afirmativas:

a) Se $f'(x) = 0$ para todo x em um intervalo (a, b) , então f é constante em (a, b) .

b) $2\operatorname{sen}^{-1}x = \cos^{-1}(1 - 2x^2)$, com $x \in (0, 1)$.

QUESTÃO 03 (20 pontos)

Uma lata cilíndrica é feita para receber 1 litro de líquido. CALCULE as dimensões em centímetros (raio da base e altura) que minimizarão o custo do metal para produzir a lata.

QUESTÃO 04 (20 pontos)

RESOLVA os itens abaixo:

a) Considere um operador linear $T: V \rightarrow V$ no espaço vetorial real V . Sejam B uma base para V e $p(x)$ o polinômio característico de T . PROVE que se a dimensão de V é 2, então $p([T]_B^B) = 0$.

b) Sejam B a base canônica de \mathbb{R}^2 e $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear dado por $T(x, y) = (2x + y, x + 2y)$.

1- DETERMINE o polinômio característico $p(x)$ de T .

2- DEMONSTRE por meio de cálculos (sem usar o item (a)) que $p([T]_B^B) = 0$.

QUESTÃO 05 (20 pontos)

Considere a solução de uma Equação Diferencial Ordinária (EDO) de 2ª ordem linear não homogênea dada por:

$$y(t) = c_1 \cos(t) + c_2 \sin(t) + t \cos(t)$$

DETERMINE:

a) a EDO associada à solução.

b) a solução do Problema de Valor Inicial dada pela EDO obtida no item (a) e pelas condições iniciais

$$y\left(\frac{9\pi}{2}\right) = 1 \text{ e } y'\left(\frac{9\pi}{2}\right) = 0.$$

QUESTÃO 06 (10 pontos)

Julgue se são verdadeiras (V) ou falsas (F) as seguintes afirmações:

a) () O determinante da matriz $\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ é igual a -4 .

b) () A inversa da matriz $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ é igual a $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -3 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$.

c) () A matriz $(a_{ij})_{4 \times 4}$, dada pela relação $a_{ij} = i - 2j$, não possui inversa.

d) () A matriz $C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ é diagonalizável.

e) () Na matriz $C = (c_{ij}) = \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} \right)^2$, o termo c_{21} é igual a 60.